



მაგიდა № 7

25.04.2015/ მათ/III/ 606

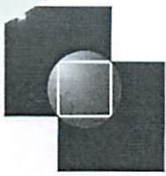
ამოცანა №



გვერდი №



AD არის A ვიწრო კუთხე.
 BE - B ვიწრო კუთხე.
 H და ვიწრო კუთხე EF -ის კვეთა
 BE -ს G -ს E -ს ვიწრო P -ში
 მათ H EF P H EF P H EF P
 ანუ $\triangle HFD \sim \triangle GHP$.
 $\angle IBC = \beta$.
 $\angle ABE = \beta = \angle IAC$
 $\angle BAI = \alpha$.
 ანუ $\angle AIB = 180 - \alpha - \beta$
 $\angle BID = \alpha + \beta$.
 $\angle DBC = \angle DAC = \alpha$ ანუ
 ეს H EF P H EF P
 ანუ $\angle DBC = \alpha$.
 ანუ $\triangle IBD$ მოიხსნება
 ანუ $\angle IBD = \angle BID$ ანუ
 $BD = ID$. ეს H EF P H EF P
 ანუ $\angle BHD = \angle HFD$ - ეს H EF P H EF P
 $HF = PE$ ანუ $HPEF$ მოიხსნება.
 $HP = FE$ $\angle HFD = \angle PEF = \angle PHF$



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

25.04.2015/ მათ/III/

606

ამოცანა №

2

გვერდი №

1

თუ $a < \frac{1}{2}$ $b \geq \frac{1}{2}$ მაშინ

$$(a_1 - a_0)(b_1 - b_0) < 0.$$

სდვან $a_1 - a_0 > 0$ და $b_1 - b_0 < 0$.

თუ ამოცანა $a < \frac{1}{2}$ და $b < \frac{1}{2}$ მაშინ $a_1 > \frac{1}{2}$ და $b_1 > \frac{1}{2}$

ანუ განსხვავდებიან ერთმანეთს ის შემთხვევაში სურს
 $a > \frac{1}{2}$ და $b \geq \frac{1}{2}$ დაკვირვება სწორდება

რომ ნებისმიერ შემთხვევაში a და b ერთნაირ
ნაწილს ან უფროსს უნდა იქონიებდნენ. მაშინ უნდა იქონიებდნენ

შემდეგ გაძიებულ რომ ამ ნაწილს სხვაობა $< \frac{1}{2}$.

შემდეგ სურს შემდეგ რომ ნაწილი $< \frac{1}{4}$ და ა.შ. ანუ

გაძიებულ რომ $a = b$ სურს უნდა იქონიებდნენ

ანუ სურს n -დასრულ $(a_n - a_{n-1})(b_n - b_{n-1}) < 0$.

4



მაგიდა № 7

25.04.2015/ მათ/III/ 606

ამოცანა №

3

გვერდი №

1.

$$7x^2 - 13xy + 7y^2 = (|x-y| + 1)^2.$$

შიგავლობს დაუხვევდა ვიქვით $x \geq y$

და $x - y = b$ $b \geq 0$ $b \in \mathbb{Z}$.

მაშინ $x = y + b$

$$y^2 + yb - b^3 + 4b^2 - 3b - 1 = 0.$$

$$D = 4b^3 - 15b^2 + 12b + 4 = z^2. \quad z \in \mathbb{Z}$$

$$b(4b^2 - 15b + 12) = (z-2)(z+2).$$

თუ z ვსვით მაშინ $z-2$ და $z+2$ თანამართლები

სთან და თანამართლები ნებისურ ძროგოდ ნახამგვად
ანამართლები ნახავთა ანუ.

$$\begin{cases} z-2 = b \\ z+2 = 4b^2 - 15b + 12 \end{cases} \quad \text{ან} \quad \begin{cases} z-2 = 4b^2 - 15b + 12 \\ z+2 = b. \end{cases}$$

პირველ სისტემის

$$4b^2 - 15b + 12 = b + 4.$$

$$4b^2 - 16b + 8 = 0.$$



მაგიდა № 7

25.04.2015/ მათ/III/ 606

ამოცანა №

3

გვერდი №

2

$$b^2 - 4b + 2 = 0.$$

~~ჩვენ~~ ამ ვახვთ სწავნ b ამის მეტო.

$$\text{ყ } b = z + 2 \quad z = b - 2.$$

$$4b^2 - 15b + 12 = z - 2.$$

$$4b^2 - 15b + 12 = b - 4.$$

$$4b^2 - 16b + 16 = 0.$$

$$b^2 - 4b + 4 = 0.$$

$$b = 2.$$

$$y^2 + yb - b^3 + 4b^2 - 3b - 1 = 0$$

$$\text{ყ } b = 2 \quad y^2 + 2y + 1 = 0$$

$$y = -1 \quad x = 1.$$

ყ z სწავნ ამის $(z-2)$ -ის და $(z+2)$ -ის ყლი ამის
ახ 2 ახ 4.

$$4b^3 - 15b^2 + 12b + 4 = z^2.$$

$$b(4b^2 - 15b + 12) = (z-2)(z+2).$$

$$\text{ყ } yz = 2 \quad \text{ამის}$$

$$\text{ახ } \left\{ \begin{array}{l} b = \frac{z-2}{2} \\ 4b^2 - 15b + 12 = \frac{z+2}{2} \end{array} \right.$$

$$\text{ახ } \left\{ \begin{array}{l} b = 2(z-2) \\ 4b^2 - 15b + 12 = \frac{z+2}{2} \end{array} \right.$$

$$4b^2 - 15b + 12 = \frac{z+2}{2}$$



მაგიდა № 7

25.04.2015/ მათ/III/ 606

ამოცანა №

3

გვერდი №

3

$$\text{ან } 3) \begin{cases} b = \frac{z+2}{2} \\ 4b^2 - 15b + 12 = 2(z-2) \end{cases}$$

$$\text{ან } 4) \begin{cases} b = 2(z+2) \\ 4b^2 - 15b + 12 = \frac{z-2}{2} \end{cases}$$

1)-დან ~~ბ არ გასვს~~ ბ არ გასვს

2)-დან ბ არ გასვს.

3)-დან ბ არ გასვს.

4)-დან ბ არ გასვს.

$$\text{აყ } z = 4.$$

$$1) \begin{cases} b = \frac{z-2}{4} \\ 4b^2 - 15b + 12 = 4(z+2) \end{cases} \quad \text{ბ არ გასვს}$$

$$2) \begin{cases} b = 4(z-2) \\ 4b^2 - 15b + 12 = \frac{z+2}{4} \end{cases} \quad \text{ბ არ გასვს.}$$



მაგიდა № 7

25.04.2015/ მათ/III/

606

ამოცანა №

3

გვერდი №

4.

$$3) \left\{ \begin{aligned} \beta &= \frac{z+2}{4} \end{aligned} \right.$$

ბ ან ვ ან გ ა

$$\left\{ \begin{aligned} 4\beta^2 - 15\beta + 12 &= (z-2)4 \end{aligned} \right.$$

$$4) \left\{ \begin{aligned} \beta &= 4(z+2) \end{aligned} \right.$$

ბ ან ვ ან გ ა

$$\left\{ \begin{aligned} 4\beta^2 - 15\beta + 12 &= \frac{z-2}{4} \end{aligned} \right.$$

და ანლ ნიღაუ ~~და~~ ხევა ვ ან გ ან ე მ კ ლ მ ნ უ
ზეუბ მახელ კინ ვკიმ ნილუ. აუ $\beta = 0, z = -2$
 $z = 2$.

აუ $4\beta^2 - 15\beta + 12 = 0 \quad z = 2 \text{ ან } -2 - 2$.

და $\beta = \beta$ ან ვ ან გ ა

აუ $\beta = 0 \quad x = y$.

დაბ $7x^2 - 13x^2 + 7x^2 = 1$.

$$x^2 = 1$$

$$x = 1 \text{ ან } -1$$

~~და~~



მაგიდა №

25.04.2015/ მათ/III/

606

ამოცანა №

3

გვერდი №

5.

~~ახე ვასვამ~~
 ~~$x=1$ $y=1$~~
 ~~$x=1$ $y=-1$~~
 ~~$x=-1$ $y=-1$~~
 ~~$x=$~~

$\theta=2$ ან $0-2$.

ახე $x=y+2$ ან $x=y$

ფრე $x=y+2$

აქ $7(y^2+4y+4) - 13y(y+2) + 7y^2 = 27$.

~~y^2+4y+4~~ $y=-1$ $x=1$
 ~~y^2+4y+4~~

~~ახე ვასვამ~~ $y=-1$ $x=1$

და მთ დამტკიცება შემოყვება რომ x,y ან

ფასვამ
 $x=1$ $y=1$
 $x=1$ $y=-1$
 $y=1$ $x=-1$
 $x=-1$ $y=-1$.

~~$x=1$ $y=1$~~ $x=1$ $y=7$
 ~~$x=1$ $y=-1$~~ $x=-1$ $y=-7$
 ~~$x=$~~